جامعة منتوري قسنطينة
قسم الفيزياء

مقياس فيزياء-2 (LMD)
السنة الجامعية 2014/2013

السلسلة رقم 01: التحليل الرياضي

التمرين 1: 1- باستعمال الطول العنصري المناسب، أحسب محيط دائرة نصف قطرها R.
2- باستعمال المساحة العنصرية المناسبة، أحسب: - مساحة دائرة نصف قطرها R -- المساحة الجانبية لأسطوانة نصف قطرها R وارتفاعها h - مساحة كرة نصف قطرها R.
3- باستعمال الحجم العنصري المناسب، أحسب : - حجم مكعب طول ضلعه a -- حجم الأسطوانة -- حجم الكرة.

التمرين 2: 1- أحسب التكامل $\int \frac{xdx}{(x^2+a^2)^{3/2}}$.
2- أحسب الزاوية المجسمة التي نرى من خلالها قرصا نصف قطره R انطلاقا من نقطة O توجد فوق محوره على مسافة d من مركزه `O. استنتج الزاوية المجسمة التي نرى من خلالها نصف الفضاء ثم كل الفضاء.

التمرين 3: حقل سلمي معرف بالعلاقة: $V(x,y,z) = \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}+\frac{z^2}{25}$
1- حدد شكل سطوح تساوي الكمون ثم أرسم تقاطعها مع المستوي (OXY).
2- عين الحقل الشعاعي $\vec{E}(x,y,z)$ الناتج عن هذا الكمون، أرسم خطوط هذا الحقل على الرسم السابق
3- أحسب عبارة $\overrightarrow{Rot}(\vec{E})$، ماذا تلاحظ ؟

التمرين 4:- ليكن الحقل الشعاعي $\vec{E} = 4xz\vec{i} - y^2\vec{j} + yz\vec{k}$. احسب تدفق $\vec{E}$ عبر سطح المكعب المحدد ب $(x=0 , x=3)$ ، $(y=0 , y=3)$ و $(z=0 , z=3)$. أعد حساب هذا التدفق باستعمال نظرية قرين-أرستوغرادسكي.

التمرين 5: لتكن النقطة $M(x,y,z)$ و شعاع الموقع $\overrightarrow{OM} = \vec{r}$، ناخذ $r = \|\vec{r}\|$. أحسب :
1- $\overrightarrow{grad}r$ ، $\overrightarrow{grad}\frac{1}{r}$ ، $\overrightarrow{grad}(Lnr)$ وبين أن $\overrightarrow{grad}V(r)$ يكون دائما متجها حسب $\vec{Ur}$.
2-أعد الحسابات السابقة باستعمال عبارة التدرج في جملة الإحداثيات الكروية. ماذا تستنتج؟

التمرين 6: - ليكن الحقل الشعاعي: $\vec{E} = K\frac{\vec{r}}{r^3}$ حيث K ثابت، هل توجد دالة φ بحيث: $\vec{E} = -\overrightarrow{grad}\varphi$
في حالة نعم أوجد هذه الدالة. أحسب $\oint \vec{E}\,\overrightarrow{dr}$. أحسب تباعد الحقل $\vec{E}$، ماذا نسمي هذا النوع من الحقول.
أحسب كذلك: - $\overrightarrow{Rot}(\vec{r})$ ، $\overrightarrow{Rot}(\vec{r}/r)$ و كذلك $\overrightarrow{Rot}(\vec{A})$ ، حيث أن :
$\vec{A} = -5x^2y^3\vec{i} + 4y^3z^2x\,\vec{j} + 6x^2y^3z^2\vec{k}$ ، عين القيمة عند النقطة $M_1(-4,3,2)$ ،
حدد مجموعة النقاط التي يكون فيها $\overrightarrow{Rot}(\vec{A}) = \vec{0}$

تمارين إضافية :

- التمرين 07: من أجل الحقلين الشعاعيين التاليين، أحسب عبارة التباعد:

1- $\vec{A} = 3x\vec{i} + 5y\vec{j} - 2z\vec{k}$ ، $\vec{U} = 5\,\vec{r}/\|\vec{r}\|$

2- في حالة الحقل الثاني، أعد الحساب باستعمال : $Div(f.\vec{a}) = \vec{a}.\overrightarrow{grad}(f) + f.Div(\vec{a})$

3- أحسب عبارة كل من : $\Delta(r)$ ، $\Delta(r^2)$ و $\Delta(1/r)$: $(\Delta = Div(\overrightarrow{grad}))$

- التمرين 08 : ليكن الحقل السلمي : $V(x,y,z) = 9x^2 - 4xy^2 - 3yz^3 + z^2 + 5$

1- أحسب عبارة الحقل الشعاعي : $\vec{E} = -\overrightarrow{grad}V$

2- أحسب عبارة $\overrightarrow{Rot}(\vec{E})$ ، ماذا تلاحظ ؟

3- أحسب قيمة $\vec{E}$ عند النقطتين $M_1(2,-1,1)$ و $M_2(1/6,-2,7/6)$

التمرين 09: يعرف السطح S بالمعادلة: $S(x,y,z) = 3x^3 - 8y^2 + 6z^4 = S_0$

حيث S_0 ثابت كيفي، باستعمال علاقة التدرج، أستخرج مركبات شعاع الواحدة الناظمي $\vec{n}(s)$ لهذا السطح عند النقطتين $M_1(-2,-1,3)$ و $M_2(3,2,-5)$

التمرين 10: نعرف الحقل السلمي : $V(x,y) = x^2/4 + y^2/9$

1- أستنتج شكل سطوح تساوي الكمون و أرسمها

2- عين الحقل الشعاعي $\vec{E}(x,y)$ الناتج عن هذا الكمون، ثم أرسم **خطوط هذا الحقل**

3- أحسب عبارة $\overrightarrow{Rot}(E)$ ، ماذا تلاحظ ؟

4- أعد نفس السؤال من أجل الحقل : $V(x,y,z) = 5x^2 - 9xy^2z^2 + 3yz^3 + 4z - 15$

- التمرين 11 : أحسب عبارة التباعد من أجل الحقول الشعاعية :

1- $\vec{r} = x.\vec{i} + y.\vec{j} + z.\vec{k}$ ، $\vec{U_r} = \vec{r}/\|\vec{r}\|$

2- أعد حساب السؤال الثاني باستعمال العلاقة : $Div(f.\vec{a}) = \vec{a}.\overrightarrow{grad}(f) + f.Div(\vec{a})$